

1.

Adja meg a $\left] -\frac{3}{8} ; -\frac{1}{8} \right[$ nyílt intervallum két különböző elemét!

2.

Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelyik párhuzamos az $x - 2y = 0$ egyenletű egyenessel és átmegy az $A(6; -1)$ ponton!

3.

Írja fel 24 és 80 legkisebb közös többszörösét! Számítását részletezze!

4.

Egy zsákban nyolc fehér golyó van. Hány fekete golyót kell a zsákba tenni, hogy – véletlenszerűen kiválasztva egy golyót –, fehér golyó kiválasztásának 0,4 legyen a valószínűsége, ha bármelyik golyót ugyanakkora valószínűséggel választjuk?

5.

Mely valós számokra értelmezhető a $\sqrt{\frac{1}{2x+7}}$ kifejezés?

6.

Hányszorosára nő egy kocka térfogata, ha minden élét háromszorosára növeljük?

7.

Egy 17 fős csoport matematika témazáró dolgozatának értékelésekor a tanár a következő információkat közölte:

Mind a 17 dolgozatot az 1-es, a 2-es, a 3-as, a 4-es és az 5-ös jegyek valamelyikével osztályozta.

A jegyek mediánja 4, módusza 4, terjedelme 4 és az átlaga (két tizedes jegyre kerekítve) 3,41.

Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, illetve hamis!

A: A dolgozatoknak több mint a fele jobb hármasnál.

B: Nincs hármasnál rosszabb dolgozat.

8.

Döntse el az alábbi állítások mindegyikéről, hogy igaz-e vagy hamis!

A: Ha két szám négyzete egyenlő, akkor a számok is egyenlők.

B: A kettes számrendszerben felírt 10100 szám a tízes számrendszerben 20.

C: Egy hat oldalú konvex sokszögnek 6 átlója van.

9.

Egyszerűsítse a következő törtet: $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$, ahol $x \neq 3$ és $x \neq -3$.

10.

Mely x érték(ek)nél veszi fel a valós számok halmazán értelmezett f függvény a legkisebb értékét, ha $f(x) = x^2 + 18x + 81$? Válaszát indokolja!

11.

Adja meg a $2x + y = 4$ egyenletű egyenes és az x tengely M metszéspontjának a koordinátáit, valamint az egyenes meredekségét!

12.

Mekkora a 7 cm élű kocka köré írható gömbnek a sugara? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

13.

Rajzolja fel egy olyan szigorúan monoton csökkenő függvénynek a grafikonját, amelynek értelmezési tartománya $[-5; 3]$, értékkészlete $[1; 5]$.

14.

Egy szabályos pénzérmét háromszor feldobunk. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a három dobás közül pontosan egy lesz fej! Válaszát indokolja!

15.

Egy kör középpontja a $K(3; 2)$ pont, a kör átmegy a $P(-1; 5)$ ponton. Adja meg a kör sugarának hosszát, és írja fel a kör egyenletét!

16.

Válassza ki az alább felsorolt, a valós számok halmazán értelmezett függvények közül a páros függvényeket!

A) $a(x) = 3x^2$ B) $b(x) = x^3$ C) $c(x) = |x|$ D) $d(x) = 4x + 2$

17.

Egy mértani sorozat első tagja 6, negyedik tagja 48. Adja meg a sorozat harmadik tagját!

1.

12/14. Egy 34 fős osztály diákjai a tanév során három alkalommal voltak színházban. Minden tanuló legalább egy előadást megnézett. Négyszer annyian voltak a háromból két alkalommal, mint ahányan az összes programra elmentek. Akik csak egy darabot láttak, azok tizenkétszer annyian voltak, mint akik mindhárom előadást megnézték.

a) Hány diák volt két alkalommal színházban?

5 pont

b) Akik nem mentek el a harmadik alkalommal, azok közül kettővel többen voltak az első előadáson, mint a másodikon. Tíz tanuló csak a harmadik darabot látta. Hány olyan diák volt az osztályban, aki csak az első színházlátogatáson vett részt?

7 pont

2.

A 35 fős 9.e az osztálykiránduláson, amelyre mind a 35 tanuló elment, salátát rendelt vacsorára. A vacsora végén kiderült, hogy háromfélét ettek: gyümölcssalátát

kukoricasalátát, tonhalsalátát, és mindenki rendelt valamelyet a három közül. Kukoricasalátát 14-en, gyümölcssalátát 15-en, tonhalsalátát 13-an.

– Egy diák rendelt mindháromból.

– A kukoricasalátát rendelők közül 11-en nem kértek gyümölcssalátát.

– 9 olyan diák volt, aki sem kukoricás, sem gyümölcssalátát nem evett.

– A csak gyümölcssalátát rendelők eggyel többen voltak, mint a csak tonhalasat rendelők.

a) Hány olyan tanuló volt, aki tonhalas és gyümölcssalátát is rendelt? (9 pont)

b) Hány olyan tanuló volt, aki csak kukoricás salátát rendelt? (3 pont)

3.

Adott a $[-2; 4[$ intervallumon értelmezett $f(x) = -2|x-2| + 4$ függvény.

a) Ábrázolja az $f(x)$ függvényt!

b) Adja meg az $f(x)$ függvény értékkészletét és szélsőértékeit!

c) Ábrázolja számegyenesen a $\frac{\sqrt{5-x}}{x-2} \geq 0$ egyenlőtlenség megoldáshalmazát!

4.

Egy 2014 végén készült előrejelzés szerint az Indiában élő tigrisek t száma az elkövetkező években (az egyes évek végén) megközelítőleg a következő összefüggés szerint alakul: $t(x) = 3600 \cdot 0,854^x$, ahol x a 2014 óta eltelt évek számát jelöli.

a) Számítsa ki, hogy az előrejelzés alapján 2016 végére hány százalékkal csökken a tigrisek száma a 2014-es év végi adathoz képest!

b) Melyik évben várható, hogy a tigrisek száma 900 alá csökken?

1.

Melyik $(x; y)$ valós számpár megoldása az alábbi egyenletrendszernek?

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 6y = 4 \\ 3x + 5y = 20 \end{array} \right\} \quad (6 \text{ pont})$$

2.

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{x+2} = 1, \text{ ahol } x \neq 0 \text{ és } x \neq -2$$

3.

Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$9^{\sqrt{x}} = 3^{x-3}$$

4.

Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$3 \cdot 4^x + 4^{x+1} = 896$$

5.

Oldja meg az $5x + 5,25 > x^2 + 2x + 3,5$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

6.

Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2} < 0$$

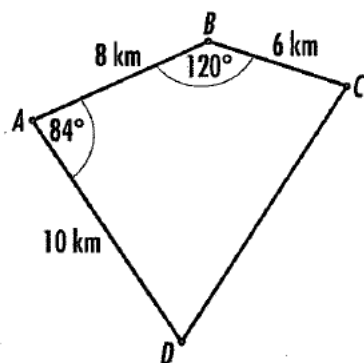
7.

Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$|x - 3| = 3x - 1$$

1.

6/12. Az ábrán egy térkép részlete látható, amelyen négy falu (A , B , C és D) helyzetét szemléltették. Milyen távol van egymástól a C és a D falu?



12 pont

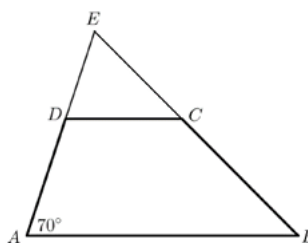
2.

Az $ABCD$ trapéz oldalainak hossza: $AB = 10$ cm; $CD = 6$ cm; $AD = 7$ cm. Az A csúcsnál fekvő belső szög nagysága 70° .

- Mekkora távolságra van a D pont az AB oldaltól? (3 pont)
- Számítsa ki a négyszög AC átlójának hosszát! (4 pont)

Az E pont az AD és BC szárak egyenesének metszéspontja.

- Számítsa ki az ED szakasz hosszát!



(4 pont)

3.

Egy derékszögű háromszög alakú szendvicset készítünk, melynek legrövidebb oldala 6 cm, az átfogóhoz tartozó magassága 4,8 cm.

- Milyen hosszú majonéz csíkkal lehet körbevenni a szendvicset?
- Legalább mekkora sugarú kör alakú párizsit kell vennünk, hogy teljesen lefedje a kenyeret?
- Egészre kerekítve hány százaléka lóg le a párizsinak a szendvicről?
- Emese szerint, ha egy 13 cm átfogójú, 5 cm befogójú derékszögű háromszöget megforgatunk a rövidebbik befogója körül, akkor nagyobb térfogatú kúpot kapunk, minthogyha a hosszabbik befogója körül forgattuk volna meg. Zsófi szerint Emese téved. Melyik lánynak van igaza? Miért?

4.

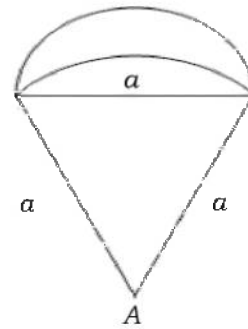
Az ábrán egy ejtőernyős klub kitűzője látható. (Az egyik körív középpontja a szabályos háromszög A csúcsa, a másik körív középpontja az A csúccsal szemközi oldal felezőpontja.)

Ezt a lapot fogják tartományonként színesre festeni.

a) Számítsa ki egyenként mindhárom tartomány területét, ha $a = 2,5$ cm! Számításait legalább két tizedesjegy pontossággal végezze, és az így kapott eredményt egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

(6 pont)

b) Hányféle módon festhető színesre a kitűző, ha minden tartományt a piros, sárga, zöld és kék színek valamelyikére festenek a következő két feltétel



1.

11/17. Egy négyzet alapú egyenes gúla alakú birkózócsarnok oldaléle az alaplappal 66° -os szöget zár be. A gúla testmagassága 32 m.

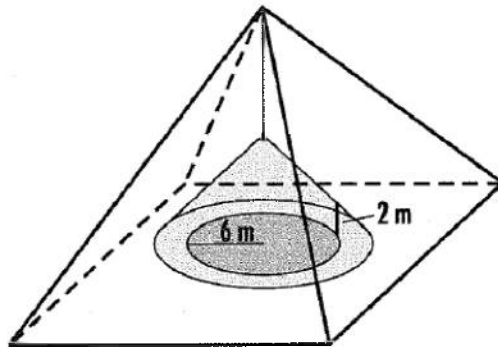
a) Mekkora a csarnok légtere?

5 pont

b) Számítsa ki a gúla oldallapjának és alaplapjának a hajlásszögét!

4 pont

c) A csarnok közepén helyezték el a 6 m sugarú, kör alakú birkózószőnyeget. A küzdőteret a középpont fölött felfüggesztett lámpával akarják megvilágítani úgy, hogy a szőnyeg szélén álló, 2 m magasnak feltételezett versenyző is teljes egészében fényben legyen. Milyen hosszú tartókötélre van szükség, ha a lámpa fénykúpjának nyílásszöge 120° (lásd ábra)?



8 pont

2.

Egy sátorlapból olyan egyenes körkúp alakú sátor készíthető, amelynél az alapkör sugara, a kúp magassága és az alkotója (ebben a sorrendben) egy számtani sorozat egymást követő elemeit alkotják.

a) Mekkora a kúp nyílásszöge?

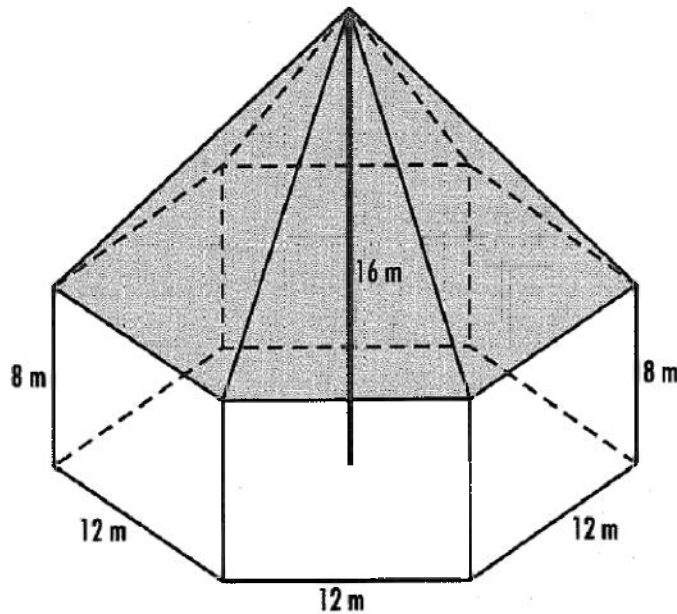
(10 pont)

b) Milyen magas a sátor, ha a sátorlap területe $24\pi \text{ m}^2$? (A sátor alaplapja is a sátorlapból készül.)

(7 pont)

3.

12/17. A következő oldali ábrán egy cirkuszi sátor látható. Alapja 12 m oldalú szabályos hatszög. Oldalfalai 8 m magasak, ezek tetején áll a sátor szabályos hatszög alapú egyenes gúla alakú tetőzete, amelyet középen egy 16 m-es rúd támaszt.



a) Mekkora a sátor légtere?

6 pont

b) Az oldalfalakat és a tetőzetet viaszosvászonnal borították be. Hány m^2 anyagra volt ehhez szükségük?

7 pont

c) A tetőzet oldalélei mekkora szöveget zárnak be a középen álló tartórúddal?

4 pont

1.

Az ABC háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(0;0)$, $B(-2;4)$, $C(4;5)$.

- Írja fel az AB oldal egyenesének egyenletét! (2 pont)
- Számítsa ki az ABC háromszög legnagyobb szögét! A választ tized fokra kerekítve adja meg! (7 pont)
- Számítsa ki az ABC háromszög területét! (3 pont)

2.

Adott két egyenes: $e: 5x - 2y = -14,5$, $f: 2x + 5y = 14,5$.

- Határozza meg a két egyenes P metszéspontjának koordinátáit! (4 pont)
- Igazolja, hogy az e és az f egyenesek egymásra merőlegesek! (4 pont)
- Számítsa ki az e egyenes x tengellyel bezárt szögét! (4 pont)

3.

Adott az $A(5;2)$ és a $B(-3;-2)$ pont.

- Számítással igazolja, hogy az A és B pontok illeszkednek az $x - 2y = 1$ egyenletű e egyenesre! (2 pont)
- Írja fel az AB átmérőjű kör egyenletét! (5 pont)

4.

Az A , B , C , D pontok egy paralelogrammát alkotnak, az E pont az átlók metszéspontja.

- Fejezze ki az \overline{AB} vektort a \overline{DA} és \overline{DE} vektorok segítségével! (3 pont)
Egy $ABCD$ paralelogrammát elhelyeztünk a koordináta-rendszerben. Tudjuk, hogy az AB egyenes egyenlete $2x - 5y = -4$, az AD egyenes egyenlete pedig $3x - 2y = -6$. A C pont koordinátái $(5; 5)$, a B pont első koordinátája 3.
- Határozza meg a paralelogramma A , B és D csücsának koordinátáit!

1.

9/15. Egy számtani sorozat első tagja 3, differenciája 6.

a) Hányadik tagtól kezdve lesznek a sorozat tagjai háromjegyű számok?

5 pont

b) Számítsa ki a sorozat második és tizennegyedik tagjának a mértani közepét!

5 pont

c) Egy számtani sorozat első tagját és differenciáját is eggyel megnöveljük. Mennyivel növekszik a sorozat első 10 tagjának összege?

7 pont

2.

Egy iskola végzősei évfolyam-kirándulásra készülnek, amire előre szeretnék beszédni a pénzt. Ha mindenki 750 forintot fizetne, akkor a költségek fedezéséhez még más forrásból 4400 forintot kellene szerezni, ha azonban mindenki 800 forintot fizetne be, akkor megmaradna 4400 forint felesleg.

a) Hányan vannak az évfolyamban? (5 pont)

b) A kiránduláson este színházlátogatást szerveznek, a diákokat 10 tanár is elkíséri. A nézőtér első néhány sorát szeretnék elfoglalni, amely nézőtéren az első sorban 10 szék van és hátrafelé haladva minden sorban eggyel több ülőhely található mint az előző sorban. Hány sort kell lefoglalni a társaságnak? (6 pont)

c) Az évfolyam matematikaátlaga 3,5. Tudjuk, hogy 50-en kaptak jelest, 40-en négyest és 16-an buktak meg. Hányan kaptak hármast és hányan kettest? (6 pont)

3.

Egy gondoskodó házaspár gyermekük megszületésekor 500 000 Ft-ot helyez el egy bankszámlán.

a) Az elhelyezett összeget 3 évre, évi 8%-os kamatra lekötik. Mennyi pénzük lesz közvetlenül a lekötés lejártá után? (3 pont)

b) Mekkora az éves kamatláb, ha 10 év múlva egy millió forint van a számlán? (Feltételezzük, hogy a kamat nem változott.) (4 pont)

c) Hány év alatt triplázódik meg az elhelyezett összeg 6%-os kamatláb mellett? (5 pont)

1.

6/13. a) Egy teljes gráfnak letöröltük 40 élét. A megmaradt élek száma a csúcsai számának ötszöröse. Hány csúcsa van a gráfnak? 4 pont

b) Egy szabályos nyolcszög valamelyik csúcsából meghúztuk mind az öt átlót. Mekkora a legnagyobb és a legkisebb átló különbsége, ha a sokszög oldalai 6 cm hosszúak? 5 pont

c) A szabályos tizenkétszög egy csúcsból húzott átlóit pirosra, zöldre, kék-re vagy sárgára festettük. Igaz-e, hogy lesz legalább három azonos színű átló? 3 pont

2.

8/16. Tizenketten egy hosszabb túrára mentek.

a) András és Béla, a túra két vezetője a csoport minden tagját ismerte. Őt olyan tagja volt a csapatnak, aki a két vezetőn kívül senki mást nem ismert, a többiek ezen az öt személyen kívül mindenki mást ismertek. Amikor a csoport tagjai találkoztak, az ismeretlen emberek kézfogással bemutatkoztak egymásnak. Hány kézfogás történt? 11 pont

b) A túra során egy folyón kellett átkelniük, amihez 3 négy személyes csónak állt rendelkezésükre. Hányféleképpen foglalhattak helyet a csónakokban, ha a csónakon belüli elhelyezkedésük nem lényeges? 6 pont

3.

7/12. Egy cégnél a dolgozók teljesítményét havonta egytől tízig pontozzák. Az egyik dolgozó az év első 10 hónapjában 3,8-es átlagot ért el, és 8 eredményére pontosan emlékszik: 1, 4, 3, 4, 5, 3, 4, 2. A két elfelejtett havi pontszámáról annyit tud, hogy a mértani közepük $3\sqrt{3}$.

a) Mi lehetett a hiányzó két jegy? 6 pont

b) Számítsa ki a 10 pontszám szórását! 6 pont

1.

Egy szabályos játékkockával háromszor dobunk egymás után, és a kapott eredményeket a dobások sorrendjében egymás mellé írjuk, így egy háromjegyű számot kapunk.

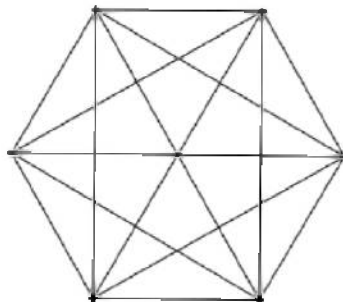
- a) Hányféle háromjegyű számot kaphatunk? (2 pont)
- b) Hány esetben lehet ez a háromjegyű szám páratlan? (3 pont)
- c) Hány esetben lehet ez a háromjegyű szám négyel osztható? (6 pont)
- d) Hány esetben lehet ez a háromjegyű szám kilencel osztható? (6 pont)

2.

A 12. b osztály tanulói az érettségi banketten három asztalnál foglaltak helyet. A második asztalnál eggyel többen ültek, mint az első asztalnál és kétszer kevesebben, mint a harmadik asztalnál. A köszöntő után minden asztalnál mindenki mindenkiével koccintott az ünnepi pezsgővel, és így az első két asztalnál összesen ugyanannyi koccintás volt, mint a harmadik asztalnál.

- a) Hányan ültek a második asztalnál?

Az ábrán egy hatpontú teljes gráf látható. Csaba ennek 15 éle közül véletlenszerűen kiválasztott 2-t.



- b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott élek csatlakoznak egymáshoz a gráf valamely csúcsában?

3.

Peti és családja egyhetes Meteo-tavi nyaralást tervez júliusban. Az elmúlt évek adatai szerint a Meteo-tónál nagyon változékony az időjárás, semmilyen közvetlen összefüggést sem sikerült kimutatni az egymást követő napok időjárása között. Hosszú évek tapasztalata azonban azt mutatja, hogy júliusban 0,3 annak a valószínűsége, hogy egy adott napon esni fog az eső.

- c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy 7 júliusi napból legalább 3 csapadékmentes lesz?

4.

6. Egy tantestület 18 férfi és 24 nő tagja négy fős delegációt készül elküldeni az önkormányzathoz.

a) Hányféleképpen választhatják ki a delegáció tagjait? **(4 pont)**

b) Hányféleképpen választhatják ki a delegáció tagjait, ha azt akarják, hogy a delegációban két nő és két férfi legyen? **(5 pont)**

c) Időközben rájöttek, hogy érdemes a delegációban egy szószólót (vezetőt) választani. Mivel Béla a tantestület legjobb fellépésű tagja, ezért ő lesz a delegáció vezetője, és emellett a másik három tagból legalább 2 nő. Ilyen feltételekkel hányféleképpen állíthatják össze a delegációt? **(7 pont)**

5.

A H halmaz az első 90 pozitív egész szám halmaza. H -ből véletlenszerűen kiválasztunk két különböző számot.

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a két kiválasztott szám egy derékszögű háromszög (fokban mért) valamelyik két szöge! **(7 pont)**

6.

Lacika az iskolakezdésre kapott egy új tolltartót, amelybe az előre kialakított helyekre 8 ceruza, vagy toll fér egymás mellé.

- Hányféleképpen pakolhatja bele sorban egymás mellé a 3 egyforma grafit, a 2 egyforma piros és az 1 kék ceruzáját, valamint a kék és a fekete tollát?
- Hányféle lehet az írószerek sorrendje, ha Lacika azt szeretné, hogy a tollak is és a ceruzák is egymás mellett legyenek?
- Ha Lacika csak a ceruzáit akarja a tolltartóban tartani (a két tollát a táskája zsebébe teszi), akkor hányféleképpen teheti azokat a tolltartóba?

7.

Egy új típusú sorsjegyből 5 millió darab készült, egy sorsjegy ára 200 Ft. Minden egyes sorsjegyen vagy a „Nyert” vagy a „Nem nyert” felirat található, és a nyertes sorsjegyen feltüntetik a nyertes szelvény tulajdonosa által felvehető összeget is. A gyártás során a mellékelt táblázat szerinti eloszlásban készült el az 5 millió sorsjegy.

sorsjegy (db)	nyeremény (Ft)
4	10 000 000
40	50 000
800	10 000
150 000	1 000
400 000	500
1 000 000	200
3 449 156	0

- Ha minden sorsjegyet eladnának és a nyertesek minden nyereményt felvonnák, akkor mekkora lenne a sorsjegyek eladásából származó bevétel és a kifizetett nyeremény különbözete? **(3 pont)**
- Aki a kibocsátás után az első sorsjegyet megveszi, mekkora valószínűséggel nyer a sorsjegy áránál többet? **(4 pont)**
- Számítsa ki, hogy ebben a szerencsejátékban az első sorsjegyet megvásárló személy nyereségének mennyi a várható érték! (A nyereség várható értékének kiszámításához nemcsak a megnyerhető összeget, hanem a sorsjegy árát is figyelembe kell venni.) **(4 pont)**