

1.

Adja meg a $\left] -\frac{3}{8}; -\frac{1}{8} \right[$ nyílt intervallum két különböző elemét!

2.

Az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}; f(x) = \sin x$ függvény grafikonját eltoltuk a derékszögű koordináta-rendszerben a $\mathbf{v} = \left(\frac{\pi}{2}; -3 \right)$ vektorral.

Adja meg annak a $g(x)$ függvénynek a hozzárendelési utasítását, amelynek a grafikonját a fenti eltolással előállítottuk!

3.

Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelyik párhuzamos az $x - 2y = 0$ egyenletű egyenessel és átmegy az $A(6; -1)$ ponton!

4.

Írja fel 24 és 80 legkisebb közös többszörösét! Számítását részletezze!

5.

Egy zsákban nyolc fehér golyó van. Hány fekete golyót kell a zsákba tenni, hogy – véletlenszerűen kiválasztva egy golyót –, fehér golyó kiválasztásának 0,4 legyen a valószínűsége, ha bármelyik golyót ugyanakkora valószínűséggel választjuk?

6.

Az a , b és c tetszőleges pozitív valós számokat jelölnek. Tudjuk, hogy

$$\lg x = 3 \cdot \lg a - \lg b + \frac{1}{2} \cdot \lg c$$

Válassza ki, hogy melyik kifejezés adja meg helyesen x értékét!

7.

Számítsa ki a következő vektorok skaláris szorzatát!

Határozza meg a két vektor által bezárt szöveget!

$$\mathbf{a} (5; 8) \quad \mathbf{b} (-40; 25)$$

8.

Mely valós számokra értelmezhető a $\sqrt{\frac{1}{2x+7}}$ kifejezés?

9.

Hányszorosára nő egy kocka térfogata, ha minden élét háromszorosára növeljük?

10.

Egy 17 fős csoport matematika témazáró dolgozatának értékelésekor a tanár a következő információkat közölte:

Mind a 17 dolgozatot az 1-es, a 2-es, a 3-as, a 4-es és az 5-ös jegyek valamelyikével osztályozta.

A jegyek mediánja 4, módusza 4, terjedelme 4 és az átlaga (két tizedes jegyre kerekítve) 3,41.

Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, illetve hamis!

A: A dolgozatoknak több mint a fele jobb hármasnál.

B: Nincs hármasnál rosszabb dolgozat.

11.

Döntse el az alábbi állítások mindegyikéről, hogy igaz-e vagy hamis!

A: Ha két szám négyzete egyenlő, akkor a számok is egyenlők.

B: A kettes számrendszerben felírt 10100 szám a tízes számrendszerben 20.

C: Egy hat oldalú konvex sokszögnek 6 átlója van.

12.

Egyszerűsítse a következő törtet: $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$, ahol $x \neq 3$ és $x \neq -3$.

13.

Mely x érték(ek)nél veszi fel a valós számok halmazán értelmezett f függvény a legkisebb értékét, ha $f(x) = x^2 + 18x + 81$? Válaszát indokolja!

14.

Adja meg a $2x + y = 4$ egyenletű egyenes és az x tengely M metszéspontjának a koordinátáit, valamint az egyenes meredekségét!

15.

Oldja meg a $[-\pi; \pi]$ zárt intervallumon a $\cos x = \frac{1}{2}$ egyenletet!

16.

Mekkora a 7 cm élű kocka köré írható gömbnek a sugara? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

17.

Rajzolja fel egy olyan szigorúan monoton csökkenő függvénynek a grafikonját, amelynek értelmezési tartománya $[-5; 3]$, értékészlete $[1; 5]$.

1.

12/14. Egy 34 fős osztály diákjai a tanév során három alkalommal voltak színházban. Minden tanuló legalább egy előadást megnézett. Négyszer annyian voltak a háromból két alkalommal, mint ahányan az összes programra elmentek. Akik csak egy darabot láttak, azok tizenkétszer annyian voltak, mint akik mindhárom előadást megnézték.

a) Hány diák volt két alkalommal színházban?

5 pont

b) Akik nem mentek el a harmadik alkalommal, azok közül kettővel többen voltak az első előadáson, mint a másodikon. Tíz tanuló csak a harmadik darabot látta. Hány olyan diák volt az osztályban, aki csak az első színházlátogatáson vett részt?

7 pont

2.

A 35 fős 9.e az osztálykiránduláson, amelyre mind a 35 tanuló elment, salátát rendelt vacsorára. A vacsora végén kiderült, hogy háromfélét ettek: gyümölcssalátát

kukoricasalátát, tonhalsalátát, és mindenki rendelt valamelyet a három közül. Kukoricasalátát 14-en, gyümölcssalátát 15-en, tonhalsalátát 13-an.

– Egy diák rendelt mindháromból.

– A kukoricasalátát rendelők közül 11-en nem kértek gyümölcssalátát.

– 9 olyan diák volt, aki sem kukoricás, sem gyümölcssalátát nem evett.

– A csak gyümölcssalátát rendelők eggyel többen voltak, mint a csak tonhalasat rendelők.

a) Hány olyan tanuló volt, aki tonhalas és gyümölcssalátát is rendelt? (9 pont)

b) Hány olyan tanuló volt, aki csak kukoricás salátát rendelt? (3 pont)

3.

Adott a $[-2; 4[$ intervallumon értelmezett $f(x) = -2|x-2| + 4$ függvény.

a) Ábrázolja az $f(x)$ függvényt!

b) Adja meg az $f(x)$ függvény értékkészletét és szélsőértékeit!

c) Ábrázolja számegyenesen a $\frac{\sqrt{5-x}}{x-2} \geq 0$ egyenlőtlenség megoldáshalmazát!

4.

Egy 2014 végén készült előrejelzés szerint az Indiában élő tigrisek t száma az elkövetkező években (az egyes évek végén) megközelítőleg a következő összefüggés szerint alakul: $t(x) = 3600 \cdot 0,854^x$, ahol x a 2014 óta eltelt évek számát jelöli.

a) Számítsa ki, hogy az előrejelzés alapján 2016 végére hány százalékkal csökken a tigrisek száma a 2014-es év végi adathoz képest!

b) Melyik évben várható, hogy a tigrisek száma 900 alá csökken?

1.

Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\operatorname{ctg} x - \sin x = \frac{1}{\sin x}$

b) $4 \cdot 2^{x+1} - 3 \cdot 2^x = 20$

2.

Oldja meg a következő egyenletrendszert a racionális számok halmazán!

$$\log_5 x + \log_5 y = 1$$

$$3^x - 9 \cdot 27^y = 0$$

3.

Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$9^{\sqrt{x}} = 3^{x-3}$$

4.

Határozza meg az alábbi egyenletek valós megoldásait!

a) $(\log_2 x - 3) \cdot (\log_2 x^2 + 6) = 0$

5.

Oldja meg az $5x + 5,25 > x^2 + 2x + 3,5$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

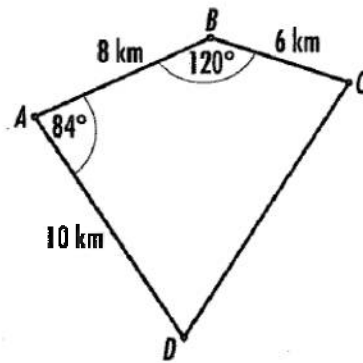
6.

Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2} < 0$$

1.

6/12. Az ábrán egy térkép részlete látható, amelyen négy falu (A , B , C és D) helyzetét szemléltették. Milyen távol van egymástól a C és a D falu?



12 pont

2.

Egy húrnégyszög két szemközti oldala 5 és 10 egység hosszúságú, a körülírt kör sugara 10 egység. A négyszög leghosszabb oldala 20 egységnyi. Milyen hosszú a hiányzó oldal? (12 pont)

3.

Egy derékszögű háromszög alakú szendvicset készítünk, melynek legrövidebb oldala 6 cm, az átfogóhoz tartozó magassága 4,8 cm.

- Milyen hosszú majonéz csíkkal lehet körbevenni a szendvicset?
- Legalább mekkora sugarú kör alakú párizsit kell vennünk, hogy teljesen lefedje a kenyeret?
- Egészre kerekítve hány százaléka lóg le a párizsinak a szendvicstről?
- Emese szerint, ha egy 13 cm átfogójú, 5 cm befogójú derékszögű háromszöget megforgatunk a rövidebbik befogója körül, akkor nagyobb térfogatú kúpot kapunk, minthogyha a hosszabbik befogója körül forgattuk volna meg. Zsófi szerint Emese téved. Melyik lánynak van igaza? Miért?

1.

11/17. Egy négyzet alapú egyenes gúla alakú birkózócsarnok oldaléle az alaplappal 66° -os szöget zár be. A gúla testmagassága 32 m.

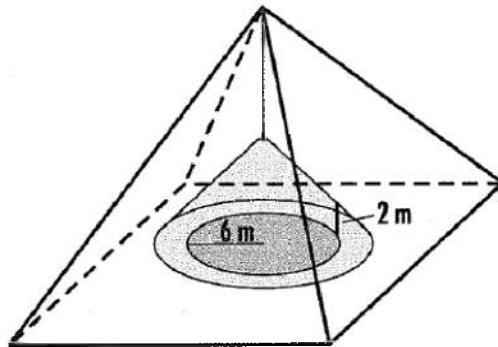
a) Mekkora a csarnok légtere?

5 pont

b) Számítsa ki a gúla oldallapjának és alaplapjának a hajlásszögét!

4 pont

c) A csarnok közepén helyezték el a 6 m sugarú, kör alakú birkózószőnyeget. A küzdőteret a középpont fölött felfüggesztett lámpával akarják megvilágítani úgy, hogy a szőnyeg szélén álló, 2 m magasnak feltételezett versenyző is teljes egészében fényben legyen. Milyen hosszú tartókötélre van szükség, ha a lámpa fénykúpjának nyílásszöge 120° (lásd ábra)?



8 pont

2.

Egy sátorlapból olyan egyenes körkúp alakú sátor készíthető, amelynél az alapkör sugara, a kúp magassága és az alkotója (ebben a sorrendben) egy számtani sorozat egymást követő elemeit alkotják.

a) Mekkora a kúp nyílásszöge?

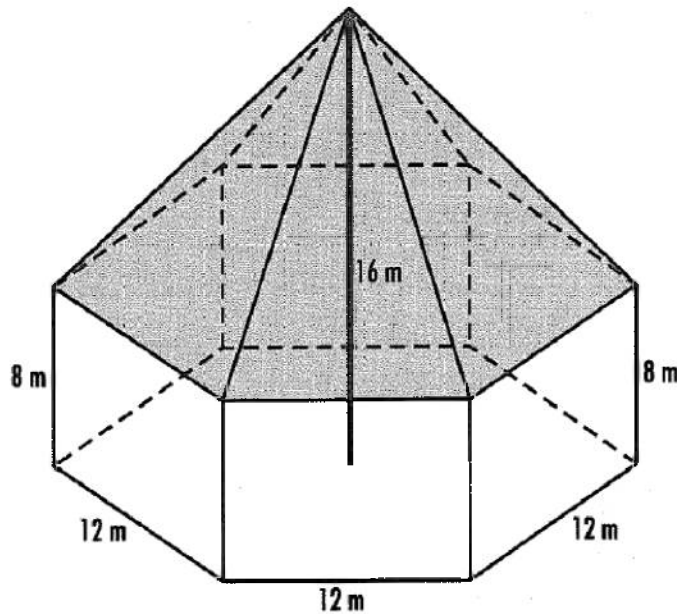
(10 pont)

b) Milyen magas a sátor, ha a sátorlap területe $24\pi \text{ m}^2$? (A sátor alaplapja is a sátorlapból készül.)

(7 pont)

3.

12/17. A következő oldali ábrán egy cirkuszi sátor látható. Alapja 12 m oldalú szabályos hatszög. Oldalfalai 8 m magasak, ezek tetején áll a sátor szabályos hatszög alapú egyenes gúla alakú tetőzete, amelyet középen egy 16 m-es rúd támaszt.



a) Mekkora a sátor légtere?

6 pont

b) Az oldalfalakat és a tetőzetet viaszosvászonnal borították be. Hány m^2 anyagra volt ehhez szükségük?

7 pont

c) A tetőzet oldalélei mekkora szöveget zárnak be a középen álló tartórúddal?

4 pont

1.

1/16. Egy kör középpontjának a koordinátái: $K(3; 4)$. A kör érinti az $y = 9$ egyenletű egyenest.

a) Adja meg a kör egyenletét!

4 pont

b) Mekkora húrt metsz ki e kör az x tengelyből?

6 pont

c) Mekkora a körbe írható szabályos háromszög területe?

7 pont

2.

Adott az $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 25$ egyenletű kör. A körbe írható egyenlő szárú hegyesszögű háromszög alapjának egyenese az $y = 1$, melyen az A és B csúcs találhatóak.

a) Adja meg a háromszög három csúcsának koordinátáit!

b) Számítsa ki a háromszög területét!

c) Írja fel a B csúcson átmenő érintő egyenletét!

3.

Egy négyzet egyik oldala illeszkedik az $x + 2y = 5$ egyenletű egyenesre. A négyzet egyik csúcsa az $A(4;3)$ pont.

a) Írja fel az A csúcsra illeszkedő oldalegyenesek egyenletét!

b) Mekkora a négyzet területe?

1.

9/15. Egy számtani sorozat első tagja 3, differenciája 6.

a) Hányadik tagtól kezdve lesznek a sorozat tagjai háromjegyű számok?

5 pont

b) Számítsa ki a sorozat második és tizennegyedik tagjának a mértani közepét!

5 pont

c) Egy számtani sorozat első tagját és differenciáját is eggyel megnöveljük. Mennyivel növekszik a sorozat első 10 tagjának összege?

7 pont

2.

Egy iskola végzősei évfolyam-kirándulásra készülnek, amire előre szeretnék beszédni a pénzt. Ha mindenki 750 forintot fizetne, akkor a költségek fedezéséhez még más forrásból 4400 forintot kellene szerezni, ha azonban mindenki 800 forintot fizetne be, akkor megmaradna 4400 forint felesleg.

a) Hányan vannak az évfolyamban? (5 pont)

b) A kiránduláson este színházlátogatást szerveznek, a diákokat 10 tanár is elkíséri. A nézőtér első néhány sorát szeretnék elfoglalni, amely nézőtéren az első sorban 10 szék van és hátrafelé haladva minden sorban eggyel több ülőhely található mint az előző sorban. Hány sort kell lefoglalni a társaságnak? (6 pont)

c) Az évfolyam matematikaátlaga 3,5. Tudjuk, hogy 50-en kaptak jelest, 40-en négyest és 16-an buktak meg. Hányan kaptak hármast és hányan kettest? (6 pont)

3.

Egy gondoskodó házaspár gyermekük megszületésekor 500 000 Ft-ot helyez el egy bankszámlán.

a) Az elhelyezett összeget 3 évre, évi 8%-os kamatra lekötik. Mennyi pénzük lesz közvetlenül a lekötés lejártja után? (3 pont)

b) Mekkora az éves kamatláb, ha 10 év múlva egy millió forint van a számlán? (Feltételezzük, hogy a kamat nem változott.) (4 pont)

c) Hány év alatt triplázódik meg az elhelyezett összeg 6%-os kamatláb mellett? (5 pont)

1.

6/13. a) Egy teljes gráfnak letöröltük 40 élét. A megmaradt élek száma a csúcsai számának ötszöröse. Hány csúcsa van a gráfnak? 4 pont

b) Egy szabályos nyolcszög valamelyik csúcsából meghúztuk mind az öt átlót. Mekkora a legnagyobb és a legkisebb átló különbsége, ha a sokszög oldalai 6 cm hosszúak? 5 pont

c) A szabályos tizenkétszög egy csúcsból húzott átlóit pirosra, zöldre, kék-re vagy sárgára festettük. Igaz-e, hogy lesz legalább három azonos színű átló? 3 pont

2.

8/16. Tizenketten egy hosszabb túrára mentek.

a) András és Béla, a túra két vezetője a csoport minden tagját ismerte. Öt olyan tagja volt a csapatnak, aki a két vezetőn kívül senki mást nem ismert, a többiek ezen az öt személyen kívül mindenki mást ismertek. Amikor a csoport tagjai találkoztak, az ismeretlen emberek kézfogással bemutatkoztak egymásnak. Hány kézfogás történt? 11 pont

b) A túra során egy folyón kellett átkelniük, amihez 3 négyszemélyes csónak állt rendelkezésükre. Hányféleképpen foglalhattak helyet a csónakokban, ha a csónakon belüli elhelyezkedésük nem lényeges? 6 pont

3.

7/12. Egy cégnél a dolgozók teljesítményét havonta egytől tízig pontozzák. Az egyik dolgozó az év első 10 hónapjában 3,8-es átlagot ért el, és 8 eredményére pontosan emlékszik: 1, 4, 3, 4, 5, 3, 4, 2. A két elfelejtett havi pontszámáról annyit tud, hogy a mértani közepük $3\sqrt{3}$.

a) Mi lehetett a hiányzó két jegy? 6 pont

b) Számítsa ki a 10 pontszám szórását! 6 pont

1.

Egy szabályos játékkockával háromszor dobunk egymás után, és a kapott eredményeket a dobások sorrendjében egymás mellé írjuk, így egy háromjegyű számot kapunk.

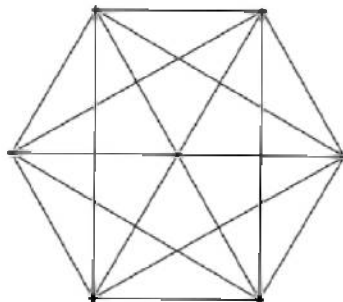
- a) Hányféle háromjegyű számot kaphatunk? (2 pont)
- b) Hány esetben lehet ez a háromjegyű szám páratlan? (3 pont)
- c) Hány esetben lehet ez a háromjegyű szám négyvel osztható? (6 pont)
- d) Hány esetben lehet ez a háromjegyű szám kilenccel osztható? (6 pont)

2.

A 12. b osztály tanulói az érettségi banketten három asztalnál foglaltak helyet. A második asztalnál eggyel többen ültek, mint az első asztalnál és kétszer kevesebben, mint a harmadik asztalnál. A köszöntő után minden asztalnál mindenki mindenkiével koccintott az ünnepi pezsgővel, és így az első két asztalnál összesen ugyanannyi koccintás volt, mint a harmadik asztalnál.

- a) Hányan ültek a második asztalnál?

Az ábrán egy hatpontú teljes gráf látható. Csaba ennek 15 éle közül véletlenszerűen kiválasztott 2-t.



- b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott élek csatlakoznak egymáshoz a gráf valamely csúcsában?

3.

Peti és családja egyhetes Meteo-tavi nyaralást tervez júliusban. Az elmúlt évek adatai szerint a Meteo-tónál nagyon változékony az időjárás, semmilyen közvetlen összefüggést sem sikerült kimutatni az egymást követő napok időjárása között. Hosszú évek tapasztalata azonban azt mutatja, hogy júliusban 0,3 annak a valószínűsége, hogy egy adott napon esni fog az eső.

- c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy 7 júliusi naptól legalább 3 csapadékmentes lesz?

4.

6. Egy tantestület 18 férfi és 24 nő tagja négy fős delegációt készül elküldeni az önkormányzathoz.

a) Hányféleképpen választhatják ki a delegáció tagjait? **(4 pont)**

b) Hányféleképpen választhatják ki a delegáció tagjait, ha azt akarják, hogy a delegációban két nő és két férfi legyen? **(5 pont)**

c) Időközben rájöttek, hogy érdemes a delegációban egy szószólót (vezetőt) választani. Mivel Béla a tantestület legjobb fellépésű tagja, ezért ő lesz a delegáció vezetője, és emellett a másik három tagból legalább 2 nő. Ilyen feltételekkel hányféleképpen állíthatják össze a delegációt? **(7 pont)**

5.

Egy cirkuszi sátor alapterületét egy szabályos nyolcszög alkotja, melynek oldalai 9 méter hosszúak. A sátor méreteit az alaprajzról készült ábra szemlélteti.

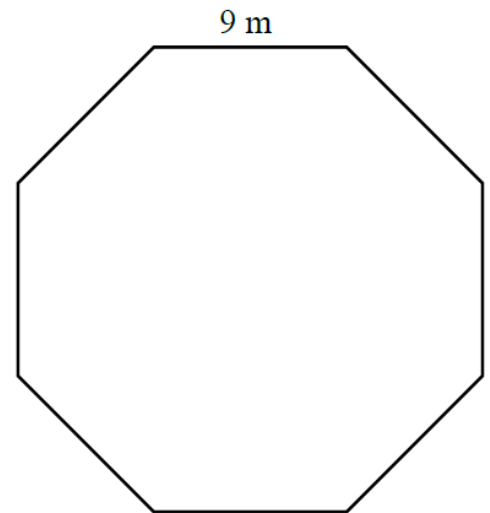
a) Számítsa ki a sátor alapterületét!

Az esti előadáson az állatidomár a produkciója során öt elefántot és három tigris fog sorban bevezetni a porondra. A bevezetés alatt figyelnie kell arra, hogy két tigris nem mehet egymás után, illetve a sort a legidősebb elefántnak kell kezdenie.

b) Hány különböző sorrendben vezetheti fel az állatokat az állatidomár?

A cirkusz esti előadására 1200 forintos áron vehetnek jegyet a nézők. Az előadás fellépői a jegyértékesítésből származó bevétel 60%-án osztoznak. A maradék bevételből a cirkusznak ki kell fizetnie a sátor bérleti díját, ami egy nézőszámtól független összeg.

c) Mennyi a sátor bérleti díja, ha a tulajdonos számításai alapján legalább 280 jegyet kell értékesíteni ahhoz, hogy az előadás ne legyen veszteséges?



6.

Lacika az iskolakezdsre kapott egy új tolltartót, amelybe az előre kialakított helyekre 8 ceruza, vagy toll fér egymás mellé.

a) Hányféleképpen pakolhatja bele sorban egymás mellé a 3 egyforma grafit, a 2 egyforma piros és az 1 kék ceruzáját, valamint a kék és a fekete tollát?

b) Hányféle lehet az írószerek sorrendje, ha Lacika azt szeretné, hogy a tollak is és a ceruzák is egymás mellett legyenek?

c) Ha Lacika csak a ceruzáit akarja a tolltartóban tartani (a két tollát a táskája zsebébe teszi), akkor hányféleképpen teheti azokat a tolltartóba?